

1) Üç boyutlu uzayda doğrunun vektörel, parametrik ve Kartezyen denklemini bulunuz.

2) $\vec{A} = 2i - k$, $\vec{B} = j - 2k$, $\vec{C} = i - 2j$ vektörleri üzerine kurulan paralel yüzün cisminin hacmini bulunuz.

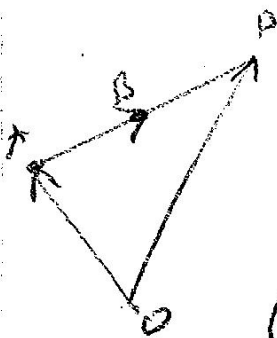
3) $x(t) = 2(\cos 3t)i + 2(\sin 3t)j$ eğrisi üzerinde hareket eden bir partikülün hızını bulunuz. (Hız vektörünü)

4) $f(x, y) = x^2y + 2xy + 1$ skalar alan fonksiyonunun $\vec{A} = i - j$ yönünde ve $B(1, 1)$ noktasında yönlendirilmiş türevini bulunuz.

Not: Süre 60 dk. Başarılar N.A.
Sadece üç soru seçerek cevaplandırınız.

ÇÖZÜMLERİ

1)



A ve B noktaları verilmiş. Şekilde

$$\vec{OP} = \vec{OA} + \lambda \vec{AB} \quad (\lambda \text{ parametre}) \text{ Vektörel denk}$$

$$A, B \in \mathbb{R}^3 \Rightarrow A = (a_1, a_2, a_3), B = (b_1, b_2, b_3)$$

alınırsa vek. denk den

$$(x, y, z) = (a_1, a_2, a_3) + \lambda (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$$

$\Rightarrow x = a_1 + \lambda(b_1 - a_1)$, $y = a_2 + \lambda(b_2 - a_2)$, $z = a_3 + \lambda(b_3 - a_3)$ doğrunun parametrik denk. Buradan

$$\frac{x - a_1}{b_1 - a_1} = \frac{y - a_2}{b_2 - a_2} = \frac{z - a_3}{b_3 - a_3} = \lambda \quad \text{Kartezyen denklemdir.}$$

2) $V = |\det(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C})|$ dir

$$\det(\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= 2(-4) - (-1) = -8 + 1 = -7 \Rightarrow V = |-7| = 7 \text{ olur}$$

3) $\alpha(t) = 2(\cos 3t)i + 2(\sin 3t)j$ eprisi
üzerinde hareket eden partikilün hızını bulunuz
(Hız vektörü)

$\alpha(t) = 2((\cos 3t)i + (\sin 3t)j)$ oldıda kutupsal formda
verilmiştir.

$$\vec{v} = \frac{d\alpha(t)}{dt} = 2[(-3\sin 3t)i + (3\cos 3t)j] = (-6\sin 3t)i + (6\cos 3t)j$$

hız vektörüdür.

$$Hız = \|\vec{v}\| = \sqrt{(6\sin 3t)^2 + (6\cos 3t)^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ olur.}$$

4) $f(x,y) = x^2y + 2\ln y + 1$ B(1,1) nok A=(1,-1) yönünde
yönlendirilmiş türevi, $u = \frac{A}{\|A\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,-1)$ olur.

$$\left. \frac{df}{ds} \right|_{B(1,1)} = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_B \cdot u_1 + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_B \cdot u_2 = 2xy \Big|_B \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \left(x^2 + \frac{2}{y} \right) \Big|_B \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} + (1+2) \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ olur.}$$